

## 2. ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

### 2.1. ПРИЗМА 1

2.1.1.	Угол наименьшего отклонения .....	2
2.1.2.	Угловая дисперсия .....	3
2.1.3.	Угловое увеличение .....	3
2.1.4.	Разрешающая способность .....	4
2.1.5.	Аберрации призмы .....	5
2.1.6.	Специальные виды призм (системы призм).....	7

### 2.1. ПРИЗМА

Спектральной призмой называется многогранник, сделанный из прозрачного вещества, обладающего значительной дисперсией показателя преломления  $dn/d\lambda$ .

Для изготовления хороших приборов должен использоваться материал с очень высокой прозрачностью, дисперсией, оптической однородностью и изотропностью. Удовлетворить всем этим требованиям трудно, поэтому для различных областей спектра используются разные материалы. Например, для ультрафиолетовой области спектра пригоден кристаллический или плавленый кварц, для видимой области спектра основным материалом является стекло, в ИК-области — ионные кристаллы и т.д.

Обычно в приборах используются сложные, составные призмы, позволяющие получать и высокое разрешение, и удобную форму фокальной поверхности. Здесь мы рассмотрим только основные свойства простейших трехгранных призм. Более подробно с этим вопросом можно ознакомиться по книгам [1,2,3,4,5,6]

Рассмотрим призму, форма которой приведена на рис. 2.1.1. Двугранный угол с ребром  $AB$  называется преломляющим. Плоскости  $ABCD$  и  $ABC'D'$  называются преломляющими гранями призмы. Плоскость, перпендикулярная ребру призмы и проходящая через его середину, называется плоскостью главного сечения.

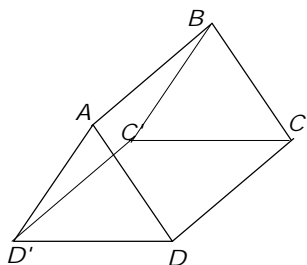


Рис. 2.1.1. Простейшая призма.

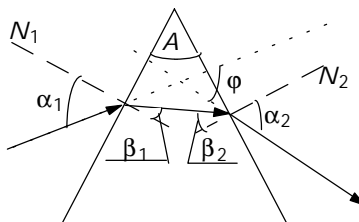


Рис. 2.1.2. Обозначения к соотношениям (2.1.1)–(2.1.4)

Пусть на грань призмы с преломляющим углом  $A$  и коэффициентом преломления  $n$  в плоскости главного сечения падает пучок лучей, составляющих угол  $\alpha_1$  с нормалью  $N_1$  к первой грани призмы (рис. 2.1.2). Угол преломления

этого луча обозначим  $\beta_1$ , угол падения его на вторую грань —  $\beta_2$  и угол выхода из нее —  $\alpha_2$ . Угол  $\varphi$ , составленный падающим и выходящим лучами, называется углом отклонения.

Закон преломления и простые геометрические соображения дают четыре уравнения, связывающие семь величин:

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - A, \quad (2.1.1)$$

$$A = \beta_1 + \beta_2, \quad (2.1.2)$$

$$\sin(\alpha_1) = n \cdot \sin(\beta_1), \quad (2.1.3)$$

$$\sin(\alpha_2) = n \cdot \sin(\beta_2). \quad (2.1.4)$$

Обычно величины  $A$ ,  $n$  и  $\alpha_1$  заданы, а этого достаточно, чтобы определить четыре остальные.

### 2.1.1. Угол наименьшего отклонения

Ни в какой реальной оптической схеме невозможно создать идеально параллельный пучок лучей. Следовательно, всегда будут присутствовать aberrации, обусловленные тем фактом, что угол отклонения  $\varphi$  зависит от угла падения  $\alpha_1$ , причем нелинейно. Для того, чтобы минимизировать эти aberrации, следует использовать такую установку призмы, при которой зависимость  $\varphi(\alpha)$  минимальна, т.е. — в экстремуме. Система уравнений (2.1.1)—(2.1.4) позволяет найти условия, при которых угол отклонения  $\varphi$  будет иметь минимальное значение. Для этого приравняем нулю производную  $d\varphi/d\alpha_1$  из (2.1.1). Получим

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -1. \quad (2.1.5)$$

Дифференцирование остальных уравнений даст:

$$d\beta_1 + d\beta_2 = 0, \quad (2.1.6)$$

$$\cos(\alpha_1)d\alpha_1 = n \cdot \cos\beta_1 \cdot d\beta_1, \quad (2.1.7)$$

$$\cos(\alpha_2)d\alpha_2 = n \cdot \cos\beta_2 \cdot d\beta_2, \quad (2.1.8)$$

$$\text{откуда} \quad \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -\frac{\cos\alpha_1 \cos\beta_2}{\cos\alpha_2 \cos\beta_1} = -1. \quad (2.1.9)$$

Из второго равенства (2.1.9), заменив углы  $\beta$  на  $\alpha$  по (2.1.3) и (2.1.4), получим искомое условие:

$$\frac{\cos^2 \alpha_1}{n^2 - \sin^2 \alpha_1} = \frac{\cos^2 \alpha_2}{n^2 - \sin^2 \alpha_2}. \quad (2.1.10)$$

Это равенство удовлетворяется при  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , что соответствует минимуму угла  $\varphi$ . Из  $\alpha_1 = \alpha_2$  следует  $\beta_1 = \beta_2$ . Падающий и выходящий лучи оказываются симметричными по отношению к граням призмы. В условиях минимального отклонения угол падения  $\alpha$ , преломляющий угол призмы  $A$ , угол отклонения  $\varphi$  и показатель преломления  $n$  связаны соотношением

$$\sin(\alpha) = n \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{A + \varphi}{2}\right), \quad (2.1.11)$$

которое легко получить из (2.1.1)—(2.1.4).

Во всех практических схемах используется установка призмы в минимуме отклонения, тем более, что, как мы увидим, такая установка замечательна во многих отношениях. В том числе и разрешающая способность призмы максимальна именно в минимуме отклонения.

### 2.1.2. Угловая дисперсия

Для вычисления угловой дисперсии  $D_\varphi = d\varphi/d\lambda$  продифференцируем по  $\lambda$  основные уравнения (2.1.1)—(2.1.4). Учтем, что  $d\alpha_1/d\lambda = 0$ , и получим:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{d\alpha_2}{d\lambda}, \quad (2.1.12)$$

$$\cos(\alpha_2) \frac{d\alpha_2}{d\lambda} = n \cos(\beta_2) \frac{d\beta_2}{d\lambda} + \sin(\beta_2) \frac{dn}{d\lambda} \quad (\text{из (2.1.4)}), \quad (2.1.13)$$

$$\sin(\beta_1) \frac{dn}{d\lambda} = -n \cos(\beta_1) \frac{d\beta_1}{d\lambda} \quad (\text{из (2.1.11)}), \quad (2.1.14)$$

$$\frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{d\beta_2}{d\lambda}. \quad (2.1.15)$$

Отсюда

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} \frac{\sin(A)}{\cos(\beta_1)\cos(\alpha_2)}, \quad (2.1.16)$$

или, в минимуме отклонения, при  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  и  $\beta_1 = \beta_2 = A/2$ :

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = 2 \frac{dn}{d\lambda} \frac{\sin(A/2)}{\{1 - n^2 \sin^2(A/2)\}}. \quad (2.1.17)$$

### 2.1.3. Угловое увеличение

Пусть на поверхность призмы падает узкий пучок лучей из точки  $I$ , рис. 2.1.3,а. Малый угол между крайними лучами пучка в плоскости главного сечения обозначим  $\theta$ . В результате преломления продолжения этих лучей пересекутся в точке  $I'$  под углом  $\psi$ , который отличен от  $\theta$ . Величина  $\Gamma = \psi/\theta$  называется угловым увеличением призмы. Угол  $\theta$  равен изменению угла падения ( $\Delta\alpha_1$ ) для крайних лучей пучка, а угол  $\psi$  — изменению угла выхода лучей ( $-\Delta\alpha_2$ ) из призмы. Полагая углы  $\psi$  и  $\theta$  малыми, заменим конечные разности дифференциалами. Таким образом,  $\Gamma = -d\alpha_2/d\alpha_1$ .

В общем случае

$$\Gamma = \frac{\cos(\alpha_1)\cos(\beta_2)}{\cos(\alpha_2)\cos(\beta_1)}, \quad \text{см. (2.1.5)—(2.1.9)}. \quad (2.1.18)$$

2.1. ПРИЗМА

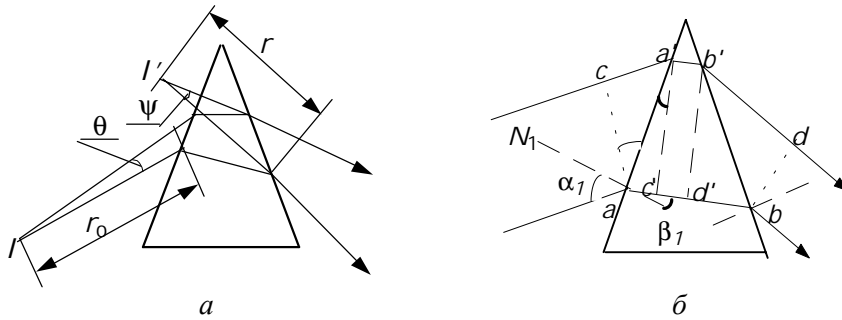


Рис. 2.1.3. К расчету углового увеличения призмы.

Если  $\alpha_1 < \alpha$ , то  $\Gamma > 1$ , при  $\alpha_1 > \alpha$   $\Gamma < 1$ . При установке в минимуме отклонения угловое увеличение равно единице.

Если  $\Gamma \neq 1$ , то соответственно должен измениться и размер (в меридиональной плоскости) пучка при прохождении через призму. На рис. 2.1.3,б отмечены величины, пользуясь которыми нетрудно показать, что действительно угловое увеличение  $\Gamma$  равно отношению длин отрезков  $bd$  и  $ac$ .

2.1.4. Разрешающая способность

Предельная разрешающая способность призмы определяется тем, что фронт падающей на нее волны ограничен размерами призмы либо другого отверстия, ограничивающего ширину пучка. Образуется дифракционный инструментальный контур, лимитирующий предельную разрешающую способность.

Предположим, что на призму падает пучок параллельных лучей, ширина которого  $b$  ограничена диафрагмой, поставленной перед призмой, рис. 2.1.4. Главное сечение призмы — равнобедренный треугольник с основанием  $T$  и углом при вершине  $\mathbf{A}$ . Если пучок ограничен диафрагмой, то рабочая часть призмы — трапеция с основаниями  $t_1$  и  $t_2$ , она работает так же, как треугольная призма с углом  $\mathbf{A}$  и основанием  $(t_1 - t_2)$ .

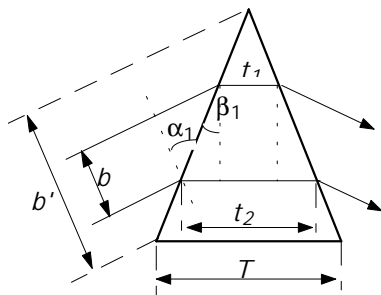


Рис. 2.1.4. К расчету разрешающей способности призмы, ограничиваемой дифракционным уширением.

В результате дифракции на краях диафрагмы распределение энергии по углам будет описываться формулой

$$I = I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2}, \tag{2.1.19}$$

где  $u = \pi b \sin \phi / \lambda$ . Угловое расстояние  $\delta \phi$  между главным максимумом ( $u = 0$ ) и первым минимумом ( $u = \pi$ ) этой функции равно

$$\delta \phi \approx \sin(\delta \phi) = \lambda / b, \tag{2.1.20}$$

а с учетом углового увеличения  $\Gamma$  оно станет равным

$$\delta\psi = \Gamma\delta\varphi = \Gamma\lambda/b. \quad (2.1.21)$$

Если на призму падает пучок лучей, содержащий излучение двух линий с длинами волн  $\lambda$  и  $\lambda+\delta\lambda$ , то угловое расстояние  $\Delta\varphi$  между направлениями на главные максимумы будет

$$\Delta\varphi = \delta\lambda \cdot (d\varphi/d\lambda). \quad (2.1.22)$$

По критерию Релея из  $\Delta\varphi = \delta\psi$  получим

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{b}{\Gamma} \cdot \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (2.1.23)$$

С учетом (2.1.11), (2.1.17), (2.1.18) разрешающая способность  $R = \lambda/\delta\lambda$  равна в общем случае

$$R = \frac{b}{\Gamma} \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{b}{\Gamma} \frac{dn}{d\lambda} \frac{\sin A}{\cos\beta_1 \cos\alpha_2}, \quad (2.1.24)$$

а для условия минимума отклонения, поскольку

$$\frac{t_1 - t_2}{2} = b \frac{\sin A/2}{\cos\alpha}, \quad (2.1.25)$$

получим

$$R = \Gamma \frac{dn}{d\lambda} \quad \text{или} \quad R = (t_1 - t_2) \frac{dn}{d\lambda}. \quad (2.1.26)$$

Можно показать (проверьте), что для призмы заданных размеров наибольшая разрешающая способность достигается в условии наименьшего отклонения.

До сих пор мы рассматривали призму, не поглощающую падающего на нее излучения. Но в действительности всегда имеет место та или иная степень поглощения, что сказывается не только на уменьшении общего количества энергии, пропущенной призмой, но и на ее разрешающей способности на коротковолновом краю рабочей области, так как эффективно начинает работать только тонкая ее часть.

Кроме того, идеальная призма характеризуется плоскими преломляющими гранями и постоянным во всем объеме показателем преломления. Реальная призма не удовлетворяет этим условиям. В результате неоднородности материала и неточности полировки фронт плоской волны, прошедшей призму, будет искажен. Эти искажения также влияют на разрешающую способность призмы.

### 2.1.5. Аберрации призмы

Аберрации простой трехгранной призмы описаны в [5], там же имеются ссылки на более полное изложение этого вопроса. Здесь мы оговорим лишь их суть и ожидаемые проявления неустранимых аберраций.

Для призмы наиболее существенны аберрации, связанные с наличием в падающем на нее потоке непараллельных лучей, причем принципиально различные аберрации возникают из-за непараллельности друг другу лучей, лежащих в плоскости главного сечения (меридиональной плоскости прибора) и непараллельности лучей в сагиттальной плоскости.

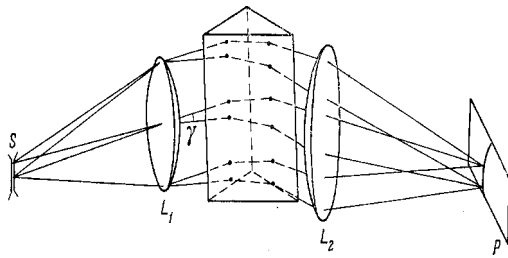


Рис.2.1.5.  
Искривление изображения щели при прохождении лучей через призму.

Лучи, вышедшие из верхней точки входной щели, после коллиматора дают параллельный пучок, составляющий угол  $\gamma$  с меридиональной плоскостью (рис. 2.1.5). Сечение призмы плоскостью с таким наклоном дает треугольник с преломляющим углом, большим  $A$ . В результате для лучей, исходящих из верхней и нижней точек входной щели, возрастает угол отклонения  $\phi$  и дисперсия  $d\phi/d\lambda$ , см. (2.1.16), (2.1.17). Расчет показывает, что это приводит к искривлению изображения — прямая входная щель изображается на выходе отрезком параболы:

$$y = \frac{z^2}{2\rho}, \quad \rho = f_2 \frac{n}{(n^2 - 1)} \frac{\partial \phi}{\partial n} = f_2 \frac{\text{ctg} \alpha}{2(1 - n^{-2})} \quad (2.1.27)$$

лежащей в фокальной плоскости и изогнутой в коротковолновую сторону. Здесь  $y$  и  $z$  — координаты в меридиональной и сагиттальной плоскостях;  $\alpha$  — угол падения лучей на первую грань призмы (в условии минимума отклонения),  $\phi$  — угол отклонения,  $n$  — показатель преломления. В коротковолновой части спектра  $n$  больше и искривление изображения сильнее.

Этот вид aberrаций не столь страшен, поскольку в спектрографе мы при обработке спектрограммы всегда можем его учесть, а в монохроматорах просто делают искривленные щели.

Если же призма работает в сходящемся (расходящемся) пучке, то возникают неустранимые aberrации первого и второго порядков.

1) Астигматизм первого порядка:

$$K = -\frac{p}{d} \left( n - \frac{1}{n} \right) \cdot \text{tg}^2 \frac{A}{2}, \quad (2.1.28)$$

где  $A$  — преломляющий угол призмы,  $d$  — расстояние от точки падения центрального луча на призму до фокуса сходящегося пучка,  $p$  — длина пути центрального луча в призме, т.е. расстояние  $OO'$  на рис. 2.1.6.

2) Aberrации второго порядка, увеличивающие изображение в направлении дисперсии ( $\delta y$ ) и в направлении высоты щели ( $\delta z$ ) даются выражениями:

$$d \cdot \delta y = -\left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \cdot \text{tg} \alpha \cdot \left\{ \frac{3m^2}{\cos^2 \frac{A}{2}} + (M - L)^2 \right\}, \quad (2.1.29a)$$

$$d \cdot \delta z = -\left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \cdot \text{tg} \alpha \cdot m \cdot (M - L). \quad (2.1.29б)$$

Здесь  $\alpha$  — угол падения на первую грань. Выражения даны для установки

призмы в минимуме отклонения. Остальные обозначения — см. раздел 1.3.

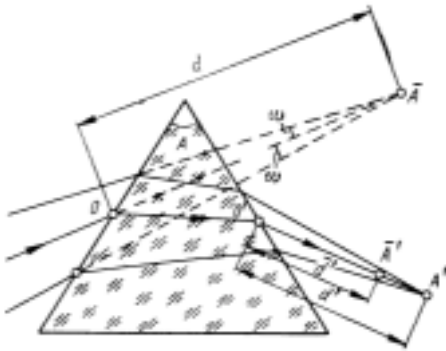
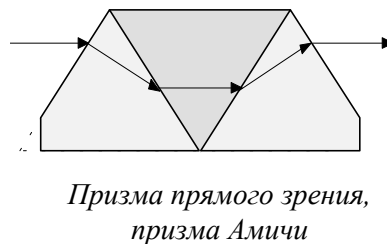
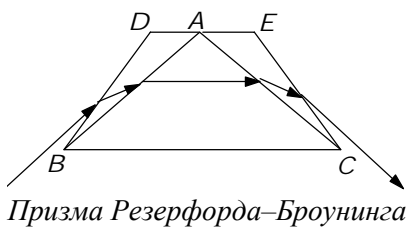


Рис. 2.1.6. Призма в сходящейся пучке обладает астигматизмом, поскольку лучи, идущие в меридиональной и сагиттальной плоскостях преломляются по-разному.

### 2.1.6. Специальные виды призм (системы призм)

Простейшая призма треугольного сечения редко может удовлетворить требованиям построения удобного и качественного прибора. Поэтому обычно в СП используются комбинации призм, позволяющие получить нужный закон дисперсии, более удобную форму фокальной поверхности и т.д. В практике устоялись некоторые конкретные способы достижения желаемых параметров, — определенные системы призм, которые в большинстве случаев называются именами их авторов. На рис. 2.1.7 мы приводим некоторые из них.

Диспергирующие системы, состоящие из нескольких *склеенных призм*, применяются обычно для получения большей угловой дисперсии и (или) для получения желаемого угла отклонения лучей. Склеиваемые призмы изготавливаются из различных сортов оптического стекла (с разными  $n$  и  $dn/d\lambda$ ) и пригодны, как правило, лишь в видимой области спектра. В ультрафиолетовой и инфракрасной областях применение склеенных призм затруднительно, так как, во-первых, известные клеи здесь недостаточно прозрачны, а во-вторых, в этих областях обычно используются кристаллы с существенно различными коэффициентами теплового расширения. В этих случаях приходится применять последовательность призм, разделенных воздушным промежутком. Иногда применяются призмы с неплоскими поверхностями, комбинации призм и зеркала...



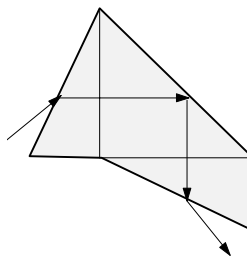


Рис. 2.1.7 Некоторые типы практически используемых призм.

Призма постоянного угла отклонения, призма Аббе

*Призма Резерфорда–Броунинга* состоит из двух одинаковых призм с небольшим преломляющим углом, изготовленных из крона. Между ними находится третья призма, с большим преломляющим углом  $A$  и изготовленная из тяжелого флинта. Склеенная призма Резерфорда отличается от одиночной значительно большей дисперсией, а при заданной дисперсии — меньшими потерями на отражение. Крайние призмы имеют малый  $n$  и, хотя они несколько уменьшают суммарную дисперсию, но позволяют сделать  $A$  большим, так как уменьшают угол падения. Основной недостаток определяется тем, что при той же ширине падающего пучка длина хода лучей в склеенной призме больше, чем в одиночной. Поэтому применение призмы Резерфорда становится малоэффективным в фиолетовой части спектра, где поглощение тяжелых флинтов уже заметно.

*Призма прямого зрения Амичи.* В ней для некоторой длины волны угол отклонения лучей равен нулю, так что можно сделать СП в трубе, — оптические оси коллиматорного и камерного объективов совпадают. Она, как и призма Резерфорда, состоит из трех склеенных призм, крон—флинт—крон. Преломляющий угол и показатель преломления средней призмы больше, чем у боковых. Призма Амичи не дает столь высокой дисперсии, как призма Резерфорда, и оптическая длина пути в ней больше, т.е. больше потери на поглощение. Поэтому она не нашла широкого распространения и применяется лишь в компактных спектрографах и спектроскопах.

*Призма Аббе* также состоит из трех склеенных призм — двух прямоугольных полупризм с преломляющим углом  $30^\circ$  и прямоугольной призмы полного внутреннего отражения, отклоняющей лучи на  $90^\circ$ . Дисперсия света в этой системе происходит лишь на гранях полупризм. Призма Аббе обладает тем свойством, что для лучей любой длины волны, проходящих параллельно основаниям полупризм, угол отклонения равен  $90^\circ$ . По угловой дисперсии и потерям на отражение при преломлении на внешних гранях эта система эквивалентна одиночной призме с удвоенным углом преломления прямоугольных полупризм. Потери из-за поглощения в призме Аббе, конечно, больше, чем в одиночной призме ввиду большей длины хода лучей. Поэтому для увеличения пропускания в фиолетовой части спектра призма внутреннего отражения изготавливается из стекла с малым показателем преломления (из легкого крона), а диспергирующие полупризмы — из стекла с большой дисперсией (из тяжелого флинта).

Постоянство угла отклонения удобно в монохроматорах, в которых сканирование спектра осуществляется просто поворотом призмы, а коллиматоры



## 2.1. ПРИЗМА

остаются неподвижны. Тот же эффект может быть получен при комбинациях призмы и зеркала, например — в установке *Водсворта* (рис. 2.1.8, и в автоколлимационной призме *Литтрова* (рис. 2.1.9а), в которой угол отклонения равен  $180^\circ$ .

В установке *Водсворта* достаточно фиксировать относительное расположение призмы и зеркала. Тогда поворот всей системы относительно падающего луча приведет лишь к изменению угла  $D$ , но не  $\varphi$ .

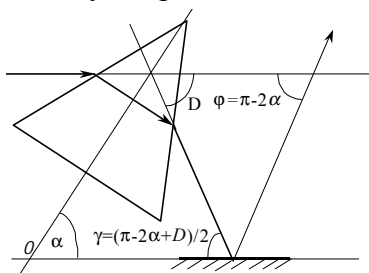


Рис.2.1.8 Схема постоянного угла отклонения, схема *Водсворта*.

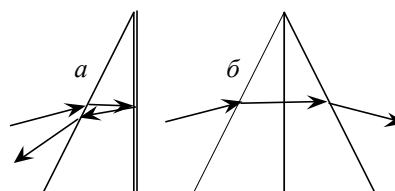


Рис. 2.1.9 Призма *Литтрова* (а) и призма *Корню* (б).

*Призма Литтрова* очень удобна и используется часто. Во многих промышленных приборах с двойной монохроматизацией применяется комбинация призмённого и дифракционного монохроматоров. Второй обеспечивает высокое спектральное разрешение, а первый — предварительную монохроматизацию и одновременно исключает такую неприятность, как наложение порядков дифракции. От него не требуется высокого разрешения, но желательно высокое качество изображения. Призма *Литтрова* проста и этим требованиям соответствует.

*Призма Корню* (рис.2.1.9,б) состоит из двух прямоугольных полупризм с преломляющим углом около  $30^\circ$ , вырезанных так, чтобы луч, идущий параллельно основанию (в условиях минимума отклонения для совокупности обеих призм), распространялся вдоль оптической оси кристалла. Основным материалом для призм, прозрачных в ультрафиолетовой области спектра, служит кристаллический кварц, но его применение осложнено оптической анизотропией и связанным с ней расщеплением спектральных линий. Поэтому призмы из кристаллического кварца делаются с таким расчетом, чтобы избежать влияния двойного лучепреломления и оптической активности кварца на качество спектра, например, призма *Корню*. Полупризмы в ней сделаны одна из право-, а другая из левовращающего кварца, в результате чего вращения плоскости поляризации не происходит. Однако для лучей, распространяющихся под углом к оси, вращение плоскости поляризации не скомпенсировано и они испытывают двойное лучепреломление, что может сказаться на качестве спектра.

Призма *Литтрова*, изготовленная из кристаллического кварца — удачная модификация призмы *Корню*. Для центрального луча здесь автоматически компенсируется вращение плоскости поляризации.

2.1. ПРИЗМА	1
2.1.1. Угол наименьшего отклонения .....	2
2.1.2. Угловая дисперсия .....	3
2.1.3. Угловое увеличение .....	3
2.1.4. Разрешающая способность .....	4
2.1.5. Аберрации призмы .....	5
2.1.6. Специальные виды призм (системы призм).....	7

## ЛИТЕРАТУРА

---

- 1 Зайдель А.Н., Островская Г.В., Островский Ю.И. Техника и практика спектроскопии. М.: Наука, 1976
- 2 Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976.
- 3 Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. 2–е изд. Л.: Машиностроение, 1968.
- 4 Тарасов К.И. Спектральные приборы. Л.: Машиностроение, 1977.
- 5 Пейсахсон И.В. Оптика спектральных приборов. Л.: Машиностроение, 1975.
- 6 Апенко М.И., Дубовик А.С. Прикладная оптика. М.: Наука, 1971.