

СПЕКТРЫ

§1. Спектры.

Известно, что всякая периодическая функция, удовлетворяющая условиям Дирихле, может быть разложена в ряд Фурье, т.е. представлена в виде тригонометрического ряда по функциям $\sin k\omega_0 t$ и $\cos k\omega_0 t$, где k - целые числа, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ (T - период функции). Условия Дирихле предъявляют к разлагаемой в ряд функции следующие требования: она должна быть ограниченной и на протяжении одного периода иметь конечное число максимумов, минимумов и разрывов. Реальный физический процесс всегда удовлетворяет этим условиям.

Разложение функции в ряд Фурье имеет следующий вид:

$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t) \quad (1)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos k\omega_0 t dt \quad (2)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin k\omega_0 t dt$$

Выражение (1) можно записать еще и так:

$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(k\omega_0 t - \varphi_k); \quad (3)$$

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{b_k}{a_k} \quad (4)$$

Из (3) следует, что $f(t)$ представляет собой сумму косинусоид (или синусоид), каждая из которых имеет амплитуду c_k и начальную фазу φ_k , и частоты которых кратны ω_0 . Отдельные колебания носят название гармоник. Так колебание с частотой ω_1 называется первой гармоникой, с частотой ω_2 - второй и т.д. Величина c_0 выражает среднее значение функции за период; она часто называется постоянной составляющей. Совокупность величин c_k носит название спектра амплитуд, а совокупность величин φ_k называется спектром фаз. Для многих применений достаточно знать спектр амплитуд и очень часто его называют просто спектром.

Спектр можно изобразить графически. По оси абсцисс откладывают частоту ω , а по оси ординат амплитуду гармоник c_k . Ампли-

туда каждой гармонике изображается вертикальными отрезками соответствующей длины. Из (3) следует, что спектр периодической функции состоит из отдельных равноотстоящих линий (амплитуды некоторых гармоник, конечно, могут быть равны нулю, в частности, спектр бесконечно протяженной синусоиды состоит всего лишь из одной линии). Такой спектр называется дискретным или линейным. Правда, дискретным может быть спектр и непериодических процессов, например, спектр двух бесконечных синусоид с несоизмеримыми частотами.

Приведем пример спектра. Если $f(t) = 1$ при $0 < t < \frac{T}{2}$ и $f(t) = -1$ при $\frac{T}{2} < t < T$, т.е. временная зависимость процесса имеет вид прямоугольных импульсов с периодом T (см. рис.), то:

$$f(t) = 0 + \frac{4}{\pi} \left[\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right]$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

Если функция непериодическая, то она разлагается уже не в ряд, а интеграл Фурье:

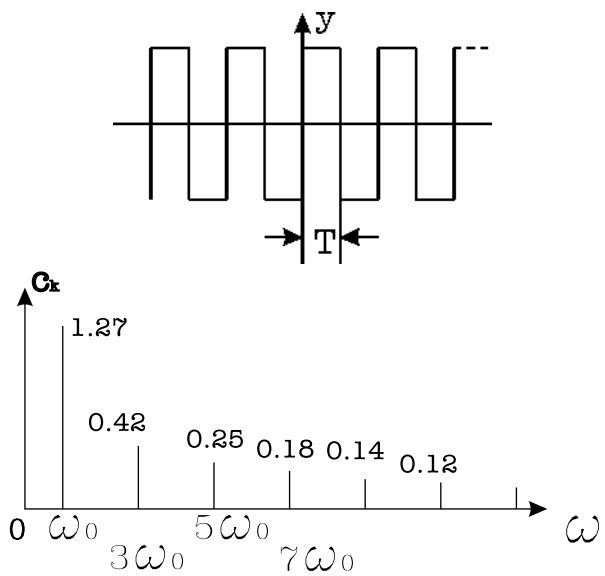


Рис. 1.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (5)$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (6)$$

$S(\omega)$ в общем случае величина комплексная. Модуль $S(\omega)$ представляет собой спектральную плотность, хотя обычно также называется просто спектром. Как следует из (6) непериодическая функция имеет сплошной спектр, т.е. представляет собой сумму синусоид с непрерывной последовательностью частот. Рассмотрим пример. Возьмем одиночный прямоугольный импульс длины τ_u и найдем его спектр.

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 & t < 0; \\ f(t) &= 1 & 0 \leq t \leq \tau_u \\ f(t) &= 0 & t > \tau_u \end{aligned} \quad S(\omega) =$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\tau_u} e^{-i\omega t} dt = \\ &= -\frac{1}{i\omega} e^{-i\omega t} \Big|_0^{\tau_u} = \frac{1}{i\omega} [1 - e^{-i\omega\tau_u}] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{i\omega} e^{-i\frac{\omega}{2}\tau_u} [e^{i\frac{\omega}{2}\tau_u} - e^{-i\frac{\omega}{2}\tau_u}] = \\
&= \frac{2}{\omega} e^{-i\frac{\omega}{2}\tau_u} \sin \frac{\omega}{2} \tau_u |S(\omega)| = \\
&= \frac{2}{\omega} \left| \sin \frac{\omega}{2} \tau_u \right|
\end{aligned}$$

Т.к. $|e^{-i\varphi}| = 1$. При малых ω ($\omega\tau_u \ll 1$) спектр не зависит от частоты, т.к. $\sin \frac{\omega}{2} \tau_u$ можно приближенно заменить на $\frac{\omega}{2} \tau_u$. Таким образом, спектр одиночного прямоугольного импульса имеет вид:

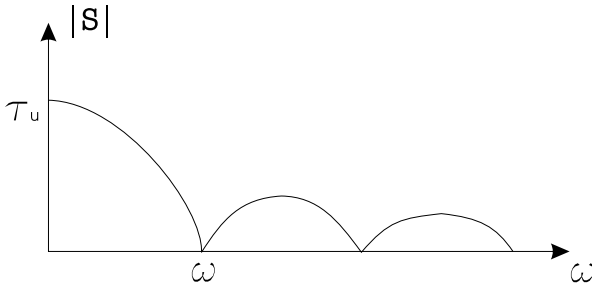


Рис.2

Из (3), (4) а в общем случае и из (6) следует, что для получения спектра необходимо вести интегрирование в бесконечных пределах. Это, конечно, возможно, если функция $f(t)$ задана на всем бесконечном протяжении оси времени.

Однако, если функция $f(t)$ есть отображение некоторого реального физического процесса, то обычно сведения о $f(t)$ мы получаем в результате наших наблюдений. В этом случае интегрирование может быть выполнено только до настоящего момента (считаем, что все прошлое в принципе может быть нам известно). В этом случае вводят понятие текущего спектра - $S_t(\omega)$.

$$S_t(\omega) = \int_{-\infty}^t f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (7)$$

В действительных условиях наблюдение процесса или сам процесс тоже начинаются в некоторый момент времени t_0 , находящийся в прошлом на конечном удалении от текущего момента t . Принимая t_0 за начало отсчета времени, можно определить текущий спектр и по другому:

$$S_t(\omega) = \int_0^t f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (8)$$

(Пользуются обеими понятиями текущего спектра). Ясно, что конечный физический процесс нельзя считать периодическим в строгом

смысле этого слова (отрезок синусоиды уже не есть синусоида). Однако, если процесс длиться достаточно долго, т.е. за время наблюдения проходит много периодов, то такой действительный процесс приближенно можно считать периодическим..

Из (7) и (8) следует, что текущий спектр зависит не только от частоты, но и от времени. В качестве пример рассмотрим текущий спектр синусоиды, включенный в момент времени $t = 0$, т.е.

$$f(t) = \sin \Omega t \quad t \geq 0$$

Тогда:

$$\begin{aligned} S_t(\omega) &= \int_0^t e^{-i\omega t} \sin \Omega t dt = \\ &= \frac{\Omega}{\Omega^2 - \omega^2} [1 - e^{-i\omega t} (\cos \Omega t + i \frac{\omega}{\Omega} \sin \Omega t)] \end{aligned}$$

Эту формулу можно упростить, если рассматривать моменты времени, кратный целым периодам синусоиды:

$$|S_t(\omega)|_{\Omega t = 2\pi n} = \left| \frac{2}{\Omega} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2} \sin n\pi \frac{\omega}{\Omega} \right|$$

Построим спектр для $n = 1, 2, 4$.

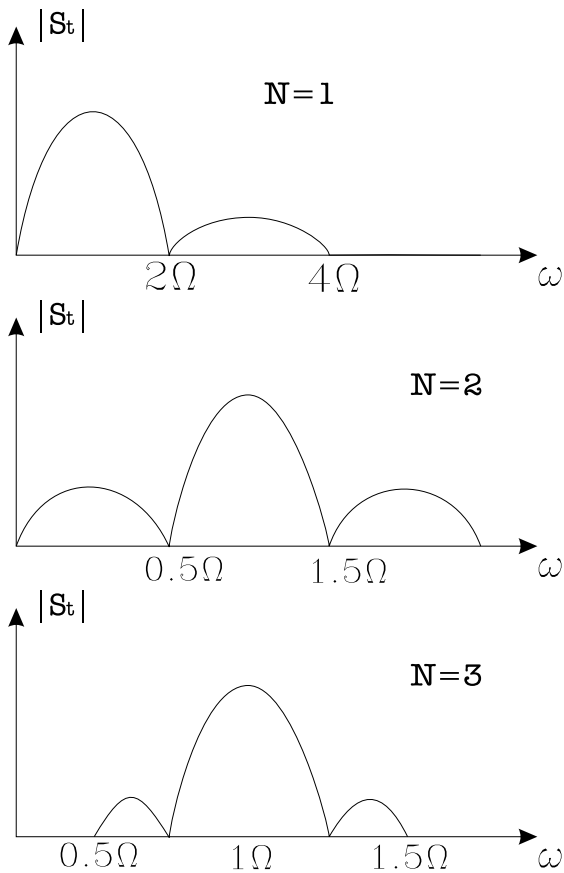


Рис.3

В заключение этой части введем понятие мгновенного спектра.

$$S_T(\omega, t) = \int_{t-T}^t f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (9)$$

Если понятие текущего спектра отражало всю историю процесса вплоть до настоящего времени, то мгновенный спектр отражает свойства процесса именно в настоящее время. Правда, возможны и более общие определения мгновенного спектра, но мы их пока касаться не будем.

§2. Спектр модулированных колебаний.

Немодулированные колебания обычно представляют собой синусоидальные колебания с постоянной частотой и амплитудой. Модуляция же состоит в том, что один из параметров этих колебаний меняется. Различают амплитудную, частотную и фазовую модуляцию.

1. Начнем с наиболее простой амплитудной модуляции. В этом случае:

$$f(t) = c_0 [1 + m f_1(t)] \sin (\omega_0 t + \varphi) \quad (10)$$

m - есть величина, могущая принимать значения от 0 до 1 и называемая глубиной модуляции. В самом простейшем случае синусоидальной модуляции

$$f_1(t) = \sin \Omega t$$

Для получения спектра нет необходимости разлагать $f(t)$ в ряд. Достаточно заменить произведение синусов на сумму синусоид суммарной и разностной частоты, т.е.

$$\begin{aligned}
 f(t) &= c_0 [1 + m \sin \Omega t] \sin (\omega_0 t + \varphi) = \\
 &= c_0 (\sin (\omega_0 t + \varphi) + \frac{m}{2} \cos [(\omega_0 - \Omega)t + \varphi] - \\
 &\quad - \frac{m}{2} \cos [(\omega_0 + \Omega)t + \varphi] \quad (11)
 \end{aligned}$$

Это значит, что спектр состоит из трех линий ω_0 , $\omega_0 - \Omega$ и $\omega_0 + \Omega$ и их амплитуды равны 1, $\frac{m}{2}$ и $\frac{m}{2}$ соответственно (рис. 4).

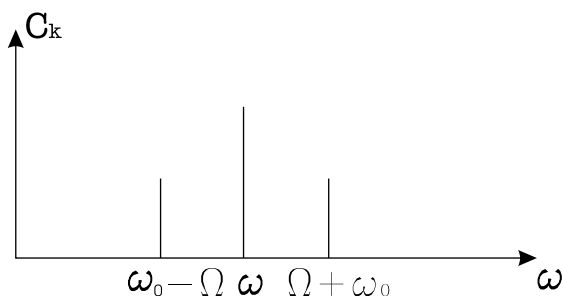


Рис.4

Если $f_1(t)$ является периодической, но не синусоидальной функцией, то спектр имеет более сложный вид. По-прежнему остается центральная частота ω_0 , но вместо двух линий с частотами $\omega_0 + \Omega$ и $\omega_0 - \Omega$

появляются боковые полосы с частотами $\omega_0 + n\Omega$ и $\omega_0 - n\Omega$. Например, если $f_1(t)$ имеет вид прямоугольных импульсов, то спектр имеет следующий вид:

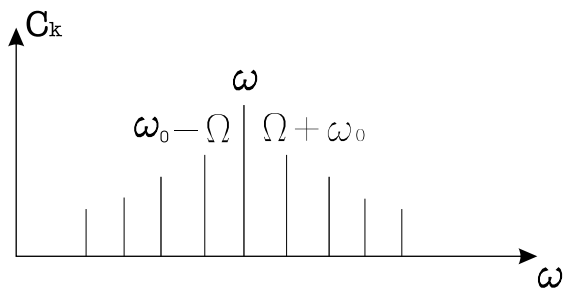


Рис. 5

Правая боковая полоса воспроизводит спектр модулирующей функции, левая представляет собой зеркальное отражение правой, т.е. при модуляции (если не считать левой полосы) спектр $f_1(t)$ переносится на величину ω_0 в сторону более высоких частот.

Интересно так же отметить, что вид спектра не зависит от ω_0 . Изменение ω_0 приводит лишь к переносу всего спектра; огибающая же остается неизменной. Это верно и для более сложных видов модуляции.

2. Спектр частотной модуляции гораздо более сложен, поэтому мы ограничимся рассмотрением лишь случая синусоидальной модуляции. Будем, следовательно, считать, что частота так же меняется по синусоидальному закону, т.е.

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \cos \Omega t = \omega_0 \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cos \Omega t\right) \quad (12)$$

Здесь $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ - глубина частотной модуляции. По своему определению круговая частота есть производная по времени от аргумента тригонометрической функции, представляющей колебание. Поэтому в общем случае при частоте, зависящей от времени, аргумент может быть записан как интеграл от частоты:

$$\begin{aligned} f(t) &= c_0 \sin \int_0^t \omega dt = \\ &= c_0 \sin \left[\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t \right] = \\ &= c_0 \left[\sin \omega_0 t \cos (\beta \sin \Omega t) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \cos \omega_0 t \sin (\beta \sin \Omega t)], \quad (13)$$

где $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$ - индекс модуляции.

Легко показать, что при малом β спектр частотной модуляции не отличается от спектра амплитудной модуляции (это утверждение относится только к спектру амплитуд). Заменяя синус малого аргумента самим аргументом, а косинус единицей, получаем

$$f(t) = c_0(\sin \omega_0 t + \beta \sin \Omega t \cos \omega_0 t) \quad (14)$$

В общем случае следует воспользоваться некоторыми формулами из теории Бесселевских функций.

$$\begin{aligned} \cos (x \sin \varphi) &= J_0(x) + \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x) \cos 2n\varphi \sin(x \sin \varphi) = \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(x) \sin(2n+1)\varphi \cos(x \cos \varphi) = \\ &= J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(x) \cos(2n+1)\varphi \end{aligned} \quad (15)$$

Прежде, чем подставить (14) в (13), напомним некоторые свойства Бесселевских функций.

При малых аргументах и целом значке бесселевы функции могут быть записаны в виде ряда:

$$J_n(x) = \frac{x^n}{2^n(n+1)!} \left[1 - \frac{x^2}{2(2n+2)} + \dots \right], \quad (16)$$

и наоборот при больших x ($x > n$)

$$J_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left[\cos\left(x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (17)$$

Между бесселевскими функциями разных значков существует прямая связь:

$$J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x) \quad (18)$$

Из приведенных формул следует, что при $x = 0$ все функции Бесселя, кроме нулевой, обращаются в нуль; $J_0 = 1$.

Чем больше n , тем медленнее нарастает функция при увеличении x (при малых x). При больших x все функции имеют

колебательный характер; амплитуда колебаний уменьшается с увеличением x .

Подставим (14) в (13):

$$\begin{aligned}
 f(t) = & c_0 (\sin \omega_0 t [J_0(\beta) + \\
 & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\beta) \cos 2n\Omega t] + \\
 & + \cos \omega_0 t [2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\beta) \sin(2n+1)\Omega t])
 \end{aligned}$$

Перемножая под знаком сумм, получаем:

$$\begin{aligned}
 f(t) = & c_0 (J_0(\beta) \sin \omega_0 t + \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\beta) [\sin(\omega_0 + k\Omega)t + \\
 & + (-1)^k \sin(\omega_0 - k\Omega)t]) \quad (19)
 \end{aligned}$$

Таким образом, при частотной модуляции получается линейчатый спектр, но в отличие от амплитудной модуляции здесь возникает бесконечный спектр. Амплитуды гармоник пропорциональны $J_k(\beta)$ и

при данном β малы, если k достаточно велико. При определении ширины спектра берут интервал частот, вне которых гармоники имеют относительную величину менее 1%. Для нахождения этой границы следует воспользоваться таблицами бесселевских функций, а при малых и больших β можно получить приближенные выражения. В частности, при малых β ($\beta \ll 1$) справедлива формула (14), и спектр состоит всего из трех линий; расстояние между крайними равно 2Ω , т.е. при больших β ширина спектра определяется частотой модуляции. При больших β ($\beta \gg 1$) амплитуда гармоник быстро падает, когда k становится больше β , так что приближенно можно считать, что ширина спектра равна $2\Omega\beta$ или $2\Delta\omega$, т.е. при больших β ширина спектра определяется девиацией частоты $\Delta\omega$, которая в этом случае значительно больше Ω . Поскольку расстояние между линиями спектра по-прежнему равно Ω , спектр при больших β состоит из многих линий.

Следует отметить, что спектр частотной модуляции всегда шире, чем спектр амплитудной модуляции при равных частотах модуляции.

Отметим еще некоторые характерные точки спектра, которые можно использовать для определения величины девиации. Так интенсивность нулевой гармоники (ω_0) равна нулю при $\beta = 2.4$, а первой при $\beta = 3.8$.

3. На фазовой модуляции мы останавливаться не будем. При синусоидальной модуляции характер ее спектра не отличается от спектра частотной модуляции.

§3. Наблюдение спектра.

Если необходимо произвести анализ функции, т.е. найти ее спектр, то эта задача решается по-разному в зависимости от способа задания функции. Для нас представляет интерес физический анализ, т.е. получения спектра некоторого процесса в результате его воздействия на определенный физический прибор.

Для целей анализа может служить любой прибор, поведение которого зависит от частоты воздействия. В основе их работ лежит одно из следующих явлений: интерференция, преломление при наличии дисперсии, резонанс. Первые два явления используются для построения оптических спектральных приборов, последнее для радиотехнических.

Простейшим электрическим резонатором является колебательный контур. Однако он часто оказывается непригодным, т.к. во-первых, его затухание достаточно велико, а вследствие этого разрешающая способность анализатора мала, во-вторых, не всегда можно построить резонатор на данную частоту в виде системы с сосредоточенными постоянными. Поэто-

му обычно применяются более сложные системы.

Анализ сложного колебания посредством резонаторов может быть осуществлен двумя различными способами. Первый способ состоит в применении набора резонаторов, настроенных на различные частоты и подвергающихся одновременному воздействию исследуемого колебания. Такой способ называется одновременным анализом. Во втором способе применяется один единственный резонатор с переменной настройкой. Этот вид анализа называется последовательным. Совершенно очевидно, что процесс перестройки резонатора при этом виде анализа совершается во времени. Поэтому, естественно, что за время анализа наблюдаемый спектр не должен меняться, т.е. метод последовательного анализа применим в основном для исследования периодических процессов; для исследования же быстро меняющихся процессов (во времени меняется спектр), в частности для анализа одиночных импульсов, последовательный анализ совершенно не пригоден.

Таким образом, простейшая схема анализатора состоит либо из набора резонаторов (например, колебательных контуров), либо из одного резонатора с перестраиваемой резонансной частотой с каким-либо индикатором (например, детектора и стрелочного прибора), реагирующем на напряжение или мощность, выделяемую на резонаторе.

В дальнейшем мы будем останавливаться лишь на методе последовательного анализа. Практически перестраивать резонатор в достаточно широком диапазоне часто трудно, поэтому прибегают к видоизменению способа последовательного анализа. Видоизменение это состоит в том, что вместо того, чтобы передвигать резонансную частоту резонатора по шкале частот относительно неподвижных спектральных линий, заставляют передвигаться по шкале весь спектр относительно неподвижной резонансной частоты. В этом случае так же наблюдается последовательное совпадение отдельных спектральных линий с частотой резонатора.

В качестве примера рассмотрим работу ана-

лиза спектра АСЧХ-I, применяемого в данной работе.

АСЧХ-I предназначен для наблюдения спектра в диапазоне от 20 Гц до 20000 Гц. Анализатор построен по схеме последовательного анализа, и его упрощенная блок-схема изображена на рис.6.

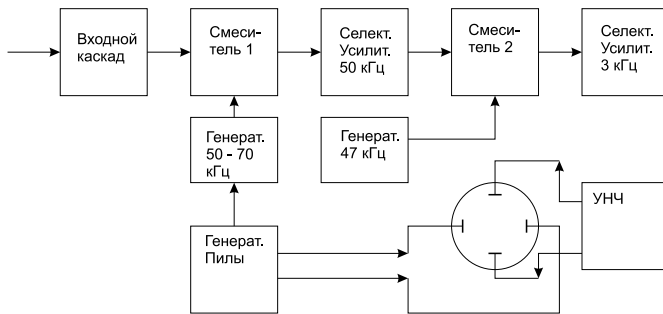


Рис. 6

Исследуемый сигнал, содержащий гармонические составляющие в пределах 20 Гц - 20000 Гц, через входной каскад подается на смеситель 1. На этот же смеситель подается синусоидальное напряжение частотой 50 - 70 кГц. Смеситель работает как нелинейный элемент. На его выходе, кроме исходных частот, получаются суммарные и разностные частоты. Например, предположим, что на входной каскад

подано синусоидальное напряжение частотой 5 кГц; тогда в тот момент, когда генератор 50 - 70 кГц вырабатывает 50 кГц, на выходе получают колебания с частотами 5, 50, 45, 55 кГц. Когда генератор вырабатывает 55 кГц, на выходе смесителя 1 получают колебания с частотами 5, 55, 0 и 60 кГц. Легко убедиться, что только в том случае, когда генератор 50 - 70 кГц вырабатывает 50 кГц или 55 кГц на выходе смесителя будет иметься напряжение 50 кГц.

Частота генератора 50 - 70 кГц меняется периодически от 50 кГц до 70 кГц в соответствии с напряжением, подаваемым от генератора пилы. Это же напряжение подается на горизонтальные пластины электронно-лучевой трубки. Когда генератор вырабатывает 50 кГц, луч находится в крайней левой точке экрана, когда 70 кГц - в крайней правой точке. Все промежуточные точки соответствуют промежуточным частотам, т.е. лежащим в пределах от 50 кГц до 70 кГц.

Когда генератор вырабатывает 50 кГц, это напряжение проходит через смеситель, селек-

тивный усилитель, настроенный на 50 кГц, и через все остальные каскады (подробнее о них будет сказано ниже), попадая в конце концов на вертикальные пластины трубки. в крайней левой точке экрана возникает всплеск, который можно считать за начало отсчета.

Если входное напряжение имеет частоту 5 кГц, то на выходе смесителя частота 50 кГц может появляться только тогда, когда генератор вырабатывает 55 кГц (т.е. представляет интерес только разностная частота генератора и сигнала). Пройдя через все остальные каскады, это разностное напряжение вызовет всплеск на экране трубки. Этот всплеск будет отстоять от начала развертки на одну четверть ее длины, т.к. вся развертка соответствует 20 кГц.

Если входное напряжение сложное, т.е. представляет собой сумму гармоник, то как только разностная частота составит 50 кГц, на экране трубки появиться соответствующий всплеск. Например, входное напряжение представляет собой амплитудно-модулированный сигнал. Частота заполнения 5 кГц, частота модуляции

- 1 кГц. Спектр входного сигнала состоит из частот 4, 5, 6 кГц. Разностная частота равна 50 кГц, тогда, когда генератор 50 - 70 кГц вырабатывает 54, 55 и 56 кГц. На экране трубки появляются три всплеска.

Указанная картина появлялась бы только в том случае, если бы селективный усилитель пропускал бы только 50 кГц. В действительности полоса пропускания этого усилителя составляет 500 Гц, т.к. селективный усилитель пропускает частоты от 49,750 кГц до 50,250 кГц. Если входное напряжение имеет 5 кГц, то селективный усилитель начинает пропускать, когда генератор 50 - 70 кГц вырабатывает частоту 54,75 кГц (разностная частота равна кГц) и кончает пропускать, когда генератор вырабатывает 55,25 кГц, т.е. ширина спектральной линии на экране трубки будет составлять 500 Гц (здесь везде имеется в виду ширина резонансной линии на половине высоты). Это слишком много. Для сужения спектральной линии применяется второй смеситель и второй генератор. На второй смеситель подается синусоидальное напряжение частоты

той от 49,75 до 50,25 кГц с первого селективного усилителя. Второй генератор вырабатывает 47 кГц и второй селективный усилитель настроен на частоту 3 кГц. Разностная частота на выходе второго смесителя будет меняться от 2,75 кГц до 3,25 кГц. Но второй селективный усилитель имеет полосу пропускания всего 4 - 5 Гц. Таким образом, через него пройдут частоты только очень близкие к 3 кГц (отличающиеся от 3 кГц на 2, 2.5 Гц). Применение второго смесителя и второго селективного усилителя эквивалентно сужению полосы первого усилителя до величины 4 - 5 Гц. Через усилитель низкой частоты напряжение со второго селективного усилителя поступает на вертикальные пластины электронно-лучевой трубки. Ширина спектральной линии теперь уже определяется не полосой пропускания устройства, а так называемой динамической разрешающей способностью, зависящей от времени анализа или другими словами от времени прохождения этой спектральной линии.

Действительная схема АСЧХ - I несколько сложнее вышеописанной. Если на верти-

кальные пластины подать синусоидальное напряжение, то луч будет отклоняться вверх и вниз от середины экрана. Например, спектр амплитудно-модулированного сигнала будет выглядеть следующим образом:

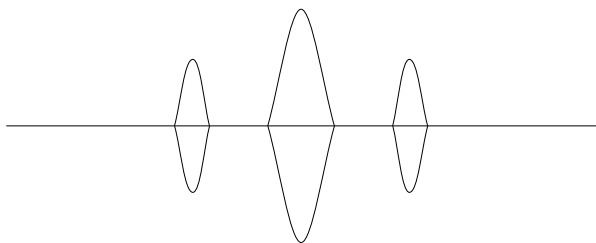


Рис.7

Чтобы спектр приобрел свой обычный вид, нижняя половина синусоиды срезается ограничителем и на вертикальные пластины трубки подается лишь верхняя половина синусоиды.

Если необходимо рассмотреть более узкий участок спектра, можно заставить генератор 50 - 70 кГц вырабатывать напряжение с частотой, меняющейся в меньших пределах, например, от 50 до 55 кГц. Тогда на экране трубки можно будет просматривать весь спектр входного сигнала или его часть в пределах от 20 Гц

до 5 кГц. (Частоты входного сигнала, лежащие ниже 20 Гц нельзя увидеть, .к. они тонут в начальном всплеске).

Ряд дополнительных каскадов служит для настройки и градуировки прибора, а также для использования его в качестве измерителя частотных характеристик.

§4. Описание экспериментальной установки.

Установка состоит из генератора частотно-модулированного сигнала с блоком питания, звукового генератора ЗГ-II и анализатора спектра АСЧХ-I (блок-схема изображена на рис. 8).

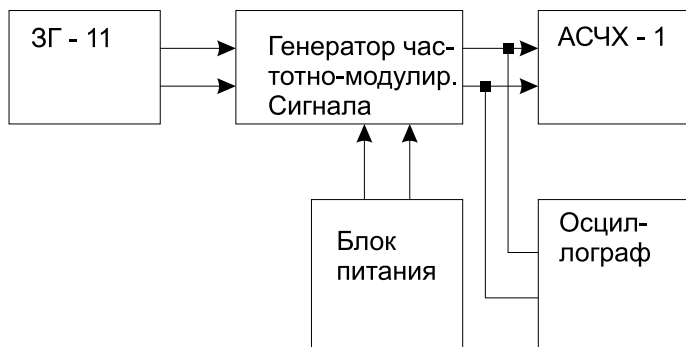


Рис.8

генератор частотно-модулированного напряжения никаких регулировок не имеет. При отсутствии модулирующего напряжения генератор вырабатывает импульсы, форма которых близка к прямоугольной.

При подаче модулирующего напряжения от звукового генератора длительность импуль-

сов, а, следовательно, и их частота становятся функцией времени. Девияция определяется величиной модулирующего напряжения.

Порядок выполнения работы.

1. Включить анализатор спектра АСЧХ-I и настроить его. Порядок настройки изложен в приложении 1 (выдается в лаборатории при выполнении работы, читать его заранее смысла не имеет).
2. Включить блок питания генератора частотно-модулированных импульсов (2 тумблера на его передней панели).
3. Наблюдать спектр немодулированных колебаний (ручка "масштаб кГц" на передней панели АСЧХ-I должна стоять в положении 20).
4. Измерить основную частоту немодулированного колебания при заданной преподавателем скваженности (скваженность определяется как отношение $\frac{T}{\tau_u}$). Для этого надо подсчитать, сколько гармоник укладывается на всю длину развертки (длина развертки - 20 кГц).

5. Включить звуковой генератор. Установить частоту модуляции в несколько сотен Гц. Напряжение модуляции должно иметь величину порядка одного вольта. Переключить ручку "масштаб кГц" в положение 5 кГц и наблюдать спектр частотно-модулированного сигнала.

6. Для трех разных частот модуляции (Ω) подобрать такие величины модулирующего напряжения, чтобы

(а) центральная частота спектра имела нулевую интенсивность,

(б) первые боковые линии имели нулевую интенсивность,

(с) вторые боковые линии имели нулевую интенсивность.

7. Из таблиц функций Бесселя (приложение 2) найти значение β , при которых $J_0(\beta) = 0$, $J_1(\beta) = 0$, $J_2(\beta) = 0$, $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$.

Зная β и частоту модуляции Ω , вычислить $\Delta\Omega$ (девиация) для каждого случая

и определить $\frac{\Delta\Omega}{u}$, где u - величина модулирующего напряжения. Найти среднее значение $\frac{\Delta\Omega}{u}$.

8. Для трех разных частот модуляции (частота модуляции задается преподавателем) найти пределы изменения напряжения, в которых спектр меняется от очень простого (три линии) до очень сложного (только - только помещается на экране). Выбрать с равными интервалами 4 разных значений напряжения (от минимального до максимального).

9. Зарядить фотоаппарат. Установить его АСЧХ-1. Снять 12 спектров.

10. Зная градуировочный коэффициент $\frac{\Delta\Omega}{u}$, u и Ω , вычислить β для каждого спектра и построить спектры. Сравнить теоретические спектры с экспериментально построенными. Для сравнения удобнее всего нарисовать рядом теоретические и экспериментальные спектры в относительных масштабах, приняв величину самой интенсивной линии за единицу.

Требования, предъявляемые к отчету.

Отчет должен содержать:

1. Обработанную пленку со спектрами частотно-модулированного сигнала.
2. Результаты промера интенсивностей линий спектра в относительных единицах.
3. Результаты расчета интенсивностей линий спектра.
4. Таблицу отношений интенсивностей теоретических и экспериментальных линий.

§5. Описание экспериментальной установки "Спектры - 2".

Задачей настоящей работы является изучение спектров отрезков синусоиды, содержащей целое число периодов. Такие спектры могут как рассчитываться теоретически (см. стр. ?,? данного описания), так и наблюдаться экспериментально. Блок-схема установки показана на рис. 9.

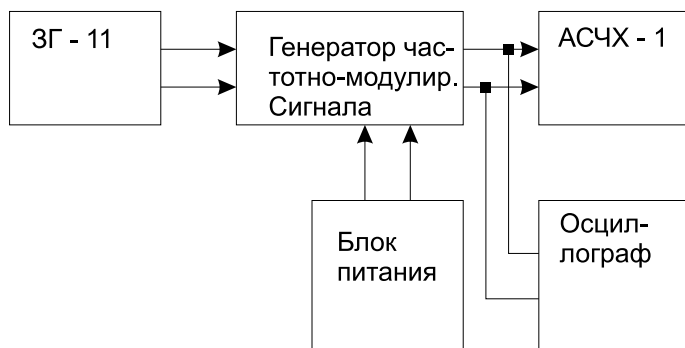


Рис.9

Звуковой генератор вырабатывает непрерывную синусоиду частотой около 10 кГц. Генератор отрезков синусоиды (его блок-схема изображена на рис. 10) работает следующим образом:

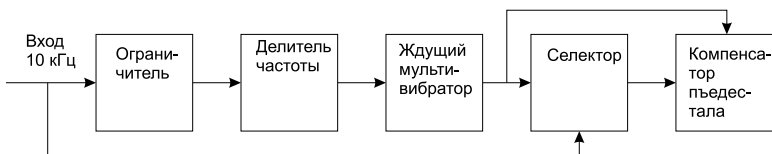


Рис.10

Ограничитель производит ограничение синусоидального напряжения и на его выходе получается напряжение прямоугольной формы с амплитудой мало зависящей от амплитуды входного напряжения. Делитель частоты собран на трех мультивибраторах и на его выходе получают прямоугольные импульсы с частотой в 100 Гц. Таким образом ждущий мультивибратор запускается 100 раз в секунду. Длительность вырабатываемых им импульсов может регулироваться. На селектор поступают так эти прямоугольные импульсы, так и входное синусоидальное напряжение, но на его выход последнее поступает только во время действия импульса. Выходное напряжение с селектора имеет вид (количество периодов синусоиды зависит от длительности импульса), т.е. представляет собой синусоиду на пьедестале. Этот пьедестал компенсируется в последнем блоке и остается лишь отрезок си-

нусоиды. Наблюдать его можно на экране осциллографа. Спектр отрезка синусоиды наблюдается на экране анализатора спектра.

Порядок выполнения работы.

1. Включить анализатор АСЧХ-1 и настроить его. Порядок настройки изложен в приложении 1. Остальные приборы до настройки анализатора спектра не включать, так как они не требуют длительного прогрева. Следует также иметь в виду, что при длительной работе осциллограф СФН-1 перегревается и может выйти из строя.

2. Включить остальные приборы.

3. Подать напряжение от звукового генератора непосредственно на анализатор спектра. Наблюдать спектр длиной (практически бесконечной) амплитуды синусоиды. Измерить ширину спектральной линии (на половине высоты). При этом частота звукового генератора должна быть около 10 кГц, а ручка "Масштаб кГц" на передней панели АСЧХ - 1 должна стоять в положении 20.

4. Подать напряжение от звукового генератора на генератор отрезков синусоиды. Уста-

новить напряжение 1 вольт. Наблюдать на экране осциллографа его выходной сигнал.

5. Установить такую длительность отрезка, чтобы на экране осциллографа был виден всего один период синусоиды. Регулируя в небольших пределах частоту звукового генератора (10400 – 20 Гц) и поворачивая ручку компенсации пьедестала, добиться, чтобы синусоида имела правильную форму.

6. Наблюдать спектр (ручка "делитель" на передней панели анализатора должна стоять в крайнем левом положении). Зарисовать или сфотографировать спектр. Измерить ширину на половине высоты (порядок фотографирования спектров изложен в приложении 2 и 3)

7. Регулируя длительность отрезка, наблюдать спектры отрезков синусоиды в 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15 и 20 периодов. Зарисовать или сфотографировать спектры. Измерить расстояния между максимумами и их относительные интенсивности. Если спектр фотографируется, тогда все промеры спектров можно делать дома. Обязательно учитывать положение ручки "делитель".

Требования, предъявляемые к отчету.

Отчет должен содержать:

1. Обработанную пленку со спектрами или рисунками спектров.
2. Результаты промера спектров.
3. Сравнение экспериментальных результатов с теоретическими.