

СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНЫХ МОМЕНТОВ.

1. Вычисление магнитных моментов ядер по сверхтонкому расщеплению уровней.

Сверхтонкое расщепление уровней энергии электронов, наблюдаемое в спектрах испускания и поглощения, обусловлено взаимодействием полного магнитного момента электронной оболочки со спиновым моментом ядра, обусловленным векторной суммой спиновых моментов составляющих его протонов и нейтронов.

Как известно из классической электродинамики, электрон, вращающийся по круговой орбите и характеризуемый механическим орбитальным моментом \vec{P} , имеет также магнитный момент

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2c} \left(\frac{e}{m} \right) \vec{P} \quad (1)$$

где $\frac{e}{m}$ - отношение заряда электрона к его массе.

Это соотношение между механическим и магнитным моментами сохраняется и в квантовой механике для орбитального движения электронов. Механический момент орбитального движения выражается через соответствующее квантовое число следующим образом: $P_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$, в то время, как для магнитного

момента справедливо выражение: $\mu_l = \mu_0\sqrt{l(l+1)}$, где $\mu_0 = \frac{\hbar}{2c} \left(\frac{e}{m} \right)$ - магнетон

Бора.

Из спектроскопических и других экспериментальных данных (опыт Штерна-Герлаха) следует, что отношение магнитного момента к механическому для спина электрона вдвое больше, чем для случая орбитального движения. Таким образом, для спина электрона будем иметь:

$$\vec{\mu}_s = \frac{1}{2c} \left(\frac{e}{m} \right) \vec{P}_s \quad (2)$$

Здесь $P_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ - механический, а $\mu_s = \mu_0 2\sqrt{s(s+1)}$ - магнитный спиновый момент электрона.

Известно, что магнитное взаимодействие спинового и орбитального момента электронов приводит к тонкому расщеплению уровней энергии электронов в атоме, так что состояния, имеющие различные значения полного момента $P_J = \hbar\sqrt{J(J+1)}$, отличаются по энергии. Примером такой тонкой структуры может служить хорошо известный желтый дублет атома натрия.

Из-за различия гиромагнитных отношений для случая орбитального и спинового моментов электрона связь полных магнитного и механического момента электронной оболочки дается более сложным соотношением:

$$\mu_J = g(J) \frac{1}{2c} \left(\frac{e}{m} \right) P_J \quad (3)$$

где $g(J)$ - множитель Ланде, даваемый выражением

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (4)$$

По аналогии с формулой (3) связь собственного магнитного момента ядра μ_I с его механическим моментом P_I может быть записана в виде:

$$\mu_I = g(I) \frac{1}{2c} \left(\frac{e}{M} \right) P_I \quad (5)$$

где e/M - отношение заряда протона к его массе, а $g(I)$ - множитель, аналогичный фактору Ланде и имеющий определенное значение для ядер данного сорта. В частности, для протона $g(I) = 5,585$. Величина

$$\mu_{\text{яд}} = \frac{\hbar}{2c} \left(\frac{e}{M} \right) \quad (6)$$

носит название ядерного магнетона, и, как легко заметить, $\mu_{\text{яд}}/\mu_0 = m/M = 1/1836$, т.е. отношение магнетона Бора к ядерному магнетону равно отношению масс

протона и электрона. Причина такого различия в квантах магнитного момента для электронных и ядерных степеней свободы состоит в том, что заряды протона и электрона равны по абсолютной величине, а массы различаются существенно, поэтому при сравнимом механическом моменте магнитный момент протона гораздо меньше магнитного момента электрона.

Механический момент ядра выражается через соответствующее квантовое число I следующим образом:

$$P_I = \hbar \sqrt{I(I+1)} \quad (7)$$

Используя (5), (6) и (7) для магнитного момента ядра легко получить:

$$\mu_I = g(I) \mu_{\text{яд}} \sqrt{I(I+1)} \quad (8a)$$

Согласно квантовой механике, непосредственно проявляется не сам магнитный момент μ_I , а лишь его проекция на выделенное направление в пространстве, которая принимает значения $\mu_{Iz} = m_I g(I) \mu_{\text{яд}}$, где m_I - магнитное квантовое число, принимающее значения $m_I = +I, (I-1), \dots, -I$. Следовательно, максимальное абсолютное значение проекции магнитного момента ядра на направление внешнего поля равно $I g(I) \mu_{\text{яд}}$. Это значение обычно и принимается за значение магнитного момента ядра и вместо формулы (8a) этот момент определяется соотношением:

$$\mu_I = I g(I) \mu_{\text{яд}} \quad (8b)$$

Было бы естественно допустить, что протон имеет магнитный момент, равный одному ядерному магнетону, однако опыт показывает, что для протона $I=1/2$, и $g(I) = 5,585$, поэтому собственный магнитный момент протона оказывается равным $2,7927 \mu_{\text{яд}}$.

Согласно векторной модели сложения моментов, полный механический момент атома является векторной суммой моментов ядра и электронной оболочки $\vec{P}_F = \vec{P}_I + \vec{P}_J$.

Взаимодействие магнитных моментов электронной оболочки и ядра приводит к изменению энергии электронного состояния:

$$\delta W = \mu_I H(0) \cos(\overrightarrow{P_I}, \overrightarrow{P_J}) \quad (9)$$

Здесь $H(0)$ - напряженность магнитного поля, вызванного электронной оболочкой в том месте, где находится ядро.

Выражение (9) может быть переписано в виде:

$$\delta W = \frac{1}{2} A [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \quad (10)$$

где A – т.н. постоянная сверхтонкой структуры, которая определяет энергию взаимодействия магнитного момента ядра с магнитным полем, создаваемым магнитным моментом электронной оболочки в окрестности ядра:

$$A = \frac{\mu_I H(0)}{\sqrt{I(I+1)J(J+1)}}$$

Квантовое число F принимает все возможные значения в ряду $I+J, I+J-1, \dots |I-J|$.

Расстояние между подуровнями с квантовыми числами $F+1$ и F , выраженное в волновых числах, равно:

$$\delta \tilde{\nu} = \frac{\delta W_{F+1} - \delta W_F}{hc} = \frac{A(F+1)}{hc}$$

Для атома водорода и сходных с ним ионов, по расчетам Ферми, постоянная A равна:

$$A = \frac{2l(l+1)}{j(j+1)I} \left(\frac{1}{r^3} \right) \mu_I \mu_0 \quad (11)$$

здесь r – расстояние от электрона до ядра, следовательно, величина $\left(\frac{1}{r^3} \right)$ обратно пропорциональна объему, занимаемому электроном в данном состоянии.

Решение уравнения Шредингера для атома водорода и водородоподобных ионов дает для этой величины:

$$\overline{\left(\frac{1}{r^3}\right)} = \frac{Z^3}{a_0^3 n^3 (l + 1/2) l(l+1)} \quad (12)$$

где $a_0 = \hbar^2 / me^2$ - радиус первой боровской орбиты в атоме водорода.

Выражение (12) позволяет заключить, что постоянная сверхтонкой структуры A весьма быстро падает с ростом главного квантового числа n и орбитального квантового числа l , иначе говоря, величина сверхтонкого расщепления быстро уменьшается при увеличении объема электронной оболочки. Подставляя в формулу (10) значение $\overline{\left(\frac{1}{r^3}\right)}$ из (12), можно получить следующее выражение:

$$A = \frac{hcR\alpha^2 Z^3}{n^3 (l + 1/2) j(j+1)} \frac{g(I)\mu_{яд}}{\mu_0}$$

где R – постоянная Ридберга, $\alpha = e^2 / \hbar c$ - постоянная тонкой структуры.

Приближенное выражение константы сверхтонкого взаимодействия A для валентных электронов атомов щелочных металлов можно получить в рамках полуклассической теории Бора-Зоммерфельда:

$$A = \frac{hcR\alpha^2 Z_i Z_a^2}{n^{*3} (l + 1/2) j(j+1)} \frac{g(I)}{1836}$$

Здесь Z_a - эффективный положительный заряд, в поле которого движется электрон на той части орбиты, которая лежит вне атомного остова, а Z_i - эффективный заряд ядра на той части траектории электрона, которая проникает внутрь атомного остатка, n^* - эффективное квантовое число для данного состояния валентного электрона.

Для s -электрона атома щелочного металла $l=0$, $j=1/2$, $Z_a=1$ и Z_i приближенно может быть приравнено полному заряду ядра Z , откуда

$$A = \frac{8hcR\alpha^2 Z Z_a^2}{3n^{*3}} \frac{g(I)}{1836} \quad (13)$$

Формула (12) позволяет по экспериментально измеренному значению величины A найти $g(I)$. Далее, если известна величина квантового числа I , характеризующего момент данного ядра, по формуле (8б) определяется отношение магнитного момента ядра μ_I к ядерному магнетону $\mu_{яд}$.

2. Экспериментальное определение параметров сверхтонкого расщепления спектральных линий.

Для измерения сверхтонкой структуры спектральных линий необходимо использовать спектральные приборы высокой разрешающей силы, поэтому в данной работе используется спектральный прибор с т.н. скрещенной дисперсией, в котором интерферометр Фабри-Перо помещен внутри призмного спектрографа (см.рис.1).

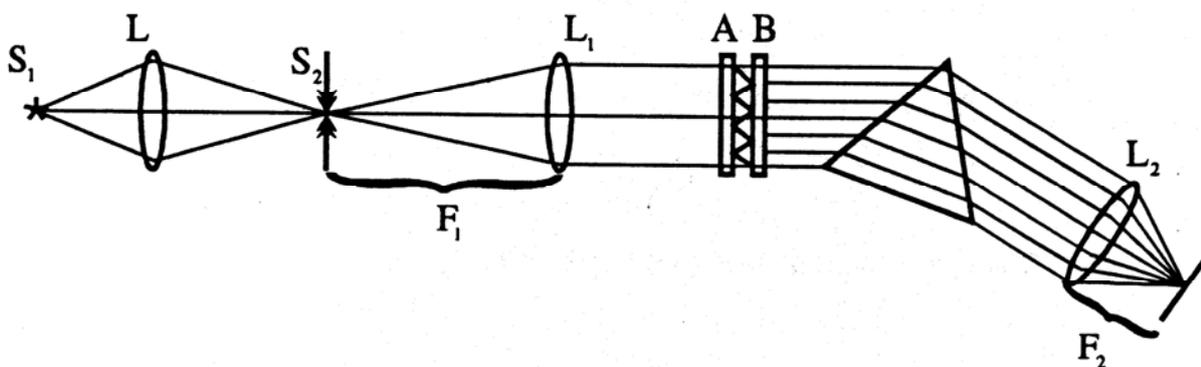


Рис.1

При этом дисперсия призмного спектрографа достаточна для разделения спектральных линий испускания, обусловленных переходами валентного электрона в атоме щелочного металла, но совершенно недостаточна для разрешения сверхтонкой структуры каждой из этих линий. Поэтому при использовании только призмного спектрографа мы получили бы на фотопластинке обычный спектр испускания, в котором сверхтонкая структура спектральных линий не была бы разрешена.

Интерферометр Фабри-Перо позволяет получить в пределах каждой спектральной линии интерференционную картину, представляющую собой последовательность интерференционных колец. Угловой диаметр этих колец θ , как известно из теории интерферометра Фабри-Перо, определяется соотношением толщины воздушного слоя эталона t и длины волны λ :

$$\cos \frac{\theta_k}{2} = k \frac{\lambda}{2t} \quad (1)$$

здесь k – порядок интерференции для данного кольца.

Таким образом, каждая спектральная линия представляет собой не просто геометрическое изображение входной щели, построенное оптической системой спектрографа в плоскости фотопластинки, каждое из этих изображений теперь оказывается пересеченным отрезками интерференционных колец. Если сверхтонкое расщепление отсутствует, то в пределах данной спектральной линии будет наблюдаться одна система колец, соответствующих различным порядкам интерференции.

Если же в пределах данной спектральной линии присутствуют две компоненты с различными длинами волн (сверхтонкое расщепление), то картина интерференции будет представлять собой две системы колец для длин волн λ и λ' , изображенных на рис.2 сплошными и пунктирными линиями соответственно.

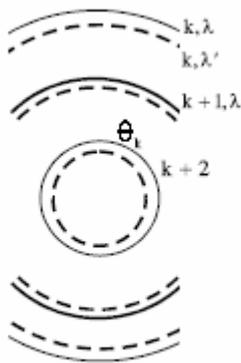


Рис.2

Линейный диаметр интерференционных колец d в приближении малых углов связан с угловым диаметром θ соотношением: $d = \theta \times F_2$, где F_2 - фокусное расстояние объектива камеры спектрографа.

Получим выражения, связывающие угловые и линейные диаметры интерференционных колец с длиной волны излучения, формирующего картину интерференции в интерферометре Фабри-Перо.

В приближении малых углов $\cos \frac{\theta_k}{2} \approx 1 - \frac{\theta_k^2}{8}$ и для двух длин волн λ и λ' условия интерференционного максимума k -ого порядка запишутся соответственно:

$$\theta_k^2 = 8 - k \frac{4\lambda}{t}, \quad \theta_k'^2 = 8 - k \frac{4\lambda'}{t} \quad (2)$$

Отсюда для разности длин волн двух компонент получаем:

$$d\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{t}{4k} (\theta_k^2 - \theta_k'^2) \quad (3)$$

Угловой диаметр $(k+1)$ -го порядка длины волны определится соотношением:

$$\theta_{k+1}^2 = 8 - (k+1) \frac{4\lambda}{t} \quad (4)$$

Из (2) и (4) получаем:
$$\frac{4\lambda}{t} = \theta_k^2 - \theta_{k+1}^2 \quad (5)$$

Исключая t из (3) и (5), получим:
$$d\lambda = \frac{\lambda}{k} \frac{\theta_k^2 - \theta_k'^2}{\theta_k^2 - \theta_{k+1}^2} \quad (6)$$

При малых углах порядок интерференции дается соотношением $k = \frac{2t}{\lambda}$ (см.(1))

и равенство (6) принимает вид:
$$d\lambda = \frac{\lambda^2}{2t} \frac{\theta_k^2 - \theta_k'^2}{\theta_k^2 - \theta_{k+1}^2} \quad (7)$$

Переходя к волновым числам $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$, получим
$$d\tilde{\nu} = \frac{1}{2t} \frac{\theta_k^2 - \theta_k'^2}{\theta_k^2 - \theta_{k+1}^2} \quad (8)$$

или, в окончательном виде запишем формулу, выражающую разность волновых

чисел двух компонент через линейные диаметры колец:
$$d\tilde{\nu} = \frac{1}{2t} \frac{d_k^2 - d_k'^2}{d_k^2 - d_{k+1}^2} \quad (9)$$

Теперь для определения $d\tilde{\nu}$ нам необходимо измерить линейные диаметры двух систем интерференционных колец для двух компонент сверхтонкой структуры внутри исследуемой спектральной линии. Для повышения точности определения $d\tilde{\nu}$ имеет смысл измерять диаметры колец, начиная со второго и кончая пятым. Дальнейшие кольца расположены тесно друг к другу и погрешность определения разности квадратов диаметров колец растет очень быстро. Усреднять можно всю правую часть (9), или отдельно числитель и знаменатель.

3. Определение ядерного магнитного момента.

В настоящей работе предлагается определить величины расщепления основного состояния $5^2S_{1/2}$ стабильного изотопа Rb^{87} по сверхтонкому расщеплению линий дублета рубидия $6^2P_{1/2} - 5^2S_{1/2}$ и $6^2P_{3/2} - 5^2S_{1/2}$. Схема переходов и сверхтонкое расщепление основного $5^2S_{1/2}$ состояния показаны на

рис.3. Сверхтонкое расщепление возбужденных состояний $6^2P_{1/2, 3/2}$ пренебрежимо мало (подумайте, почему?).

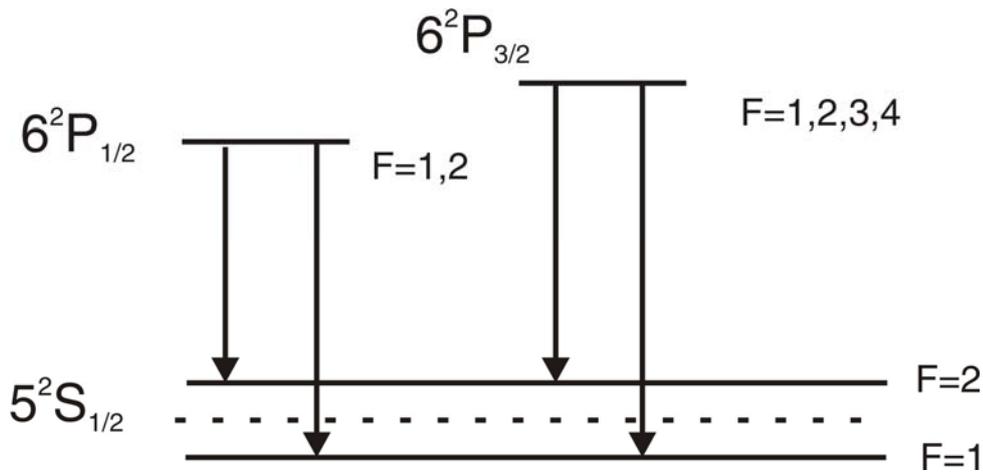


Рис.3

По измеренной вами величине сверхтонкого расщепления $d\tilde{\nu}$ надо рассчитать величину постоянной сверхтонкой структуры A . Затем, используя

$$\text{приближенное выражение } A = \frac{8hcR\alpha^2 Z Z_a^2 g(I)}{3n^{*3} 1836}, \quad (13)$$

следует найти множитель $g(I)$ для Rb^{87} , после чего определить отношение

$$\frac{\mu_1}{\mu_{\text{яд}}}.$$

При вычислениях следует использовать следующие значения постоянных, входящих в (12): $\alpha^2 = (1/137)^2 = 5,324 \times 10^{-5}$, $n^* = 1,80$, $Z = 37$, $Z_a = 1$, $R = 109737 \text{ см}^{-1}$, $I = 3/2$, $J = 1/2$.

4. Порядок работы и практические указания.

Экспериментальная установка состоит из спектрографа ИСП-51, внутри которого, между объективом коллиматора и призменной системой установлен интерферометр Фабри-Перо ИТ-51-30. Интерференционные кольца внутри спектральных линий испускания получаются в главной фокальной плоскости объектива камеры и фотографируются на фотопластинку.

Источником излучения является шариковая газоразрядная лампа, в которой зажигается высокочастотный разряд. Высокочастотный генератор собран на лампе 6Н6П и питается от стабилизированного выпрямителя УИП-1.

Работа выполняется в следующем порядке:

1. Зажечь высокочастотный разряд в шариковой газоразрядной лампе.
2. Установить источник света и линзу на ось коллиматора спектрографа.
Проверить установку интерферометра.
3. Сфотографировать на пластинку интерференционные кольца на линиях дублета главной серии Rb^{87} .
4. Измерить диаметр интерференционных колец с помощью микроскопа МИР-12 и определить величину сверхтонкого расщепления $d\tilde{\nu}$ для основного состояния атома Rb^{87} .
5. Определить отношение $\frac{\mu_I}{\mu_{\text{яд}}}$ для Rb^{87} .

ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ОТЧЕТУ.

Отчет должен содержать:

1. Оптическую схему установки.
2. Таблицу измерений диаметров интерференционных колец с указанием погрешности.
3. Величину сверхтонкого расщепления $d\tilde{\nu}$ нормального терма с указанием погрешности.
4. Схему термов Rb^{87} .
5. Найденные значения A и $g(I)$.
6. Величину отношения $\frac{\mu_I}{\mu_{\text{яд}}}$ для Rb^{87} .

ЛИТЕРАТУРА

С.Э.Фриш «Оптические спектры атомов» с.521-550, ФИЗМАТГИЗ, 1963г.